

РОБЕРТ ВИХАРД ПОЛЬ

МЕХАНИКА, АКУСТИКА
И
УЧЕНИЕ О ТЕПЛОТЕ

ПЕРЕВОД С НЕМЕЦКОГО

К. А. ЛЕОНТЬЕВА и В. М. ЮЖАКОВА

с изменениями и дополнениями
по 13-му изданию

Под редакцией
Н. П. СУВОРОВА

ГОСУДАРСТВЕННОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО
ТЕХНИКО-ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ЛИТЕРАТУРЫ
МОСКВА 1957

MECHANIK • AKUSTIK
UND
WARMELEHRE

von

ROBERT WICHARD POHL

DREIZEHNTE VERBESSERTE AUFLAGE

SPRINGER-VERLAG
BERLIN — GÖTTINGEN — HEIDELBERG

1955

VII. СИСТЕМЫ ОТСЧЕТА, ОБЛАДАЮЩИЕ УСКОРЕНИЕМ

§ 59. Предварительное замечание. Силы инерции. До сих пор мы рассматривали физические процессы, оставаясь на неподвижной Земле или на полу аудитории. Наша система отсчета была связана с Землей, которую мы считали твердой и неподвижной. Случайные исключения всегда отмечались нами именно как таковые.

В некоторых случаях переход к иной системе отсчета может быть совершенно незаметен. В этих особых случаях новая система отсчета должна двигаться относительно Земли с *постоянной* скоростью. Ее скорость не должна изменяться ни по величине, ни по направлению. Экспериментальное осуществление этих условий мы встречаем иногда в очень «спокойном» экипаже, на пароходе или в железнодорожном вагоне. В этих случаях, находясь внутри вагона, мы несколько не «чувствуем» движения нашей системы отсчета. Все процессы протекают в вагоне совершенно так же, как и в неподвижной аудитории. Но это — чрезвычайно редко осуществляемые, исключительные случаи.

Вообще говоря, все экипажи — системы, обладающие *ускорением*: их скорость изменяется и по величине, и по направлению. Это ускорение системы отсчета ведет к глубоким изменениям в окончательном результате наших физических наблюдений. Наше положение наблюдателя в ускоренной системе требует для простого описания физического явления новых понятий. Имеющий ускорение наблюдатель замечает появление новых сил. Их собирательное имя — «силы инерции». Некоторые из них получили, кроме того, и особые имена (центробежная сила, сила Кориолиса). Ознакомление с этими новыми силами инерции и составляет содержание этой главы.

В нашем изложении мы всегда различали два предельных случая: чисто тангенциальное и чисто радиальное ускорение, изменение скорости только по *величине* или только по *направлению*. Соответственно этому мы и теперь будем рассматривать отдельно, как два предельных случая, системы отсчета с чисто тангенциальным и системы с чисто радиальным ускорением.

Системы с чисто *тангенциальным ускорением* встречаются очень часто. Вспомним, например, о *разгоне* и *торможении* любого экипажа на прямой. Но продолжительность этих ускоренных движений, вообще говоря, мала, величина ускорения остается постоянной самое

большее несколько секунд. С этим предельным случаем мы покончим сравнительно быстро в § 60.

Совершенно иначе обстоит дело, когда система отсчета имеет чистое *радиальное ускорение*. Всякая карусель, вращающаяся с постоянной угловой скоростью ω , позволяет произвольно долгое время поддерживать постоянным радиальное ускорение. Прежде всего, ведь уже сама наша Земля — большая карусель. Поэтому нам и нужно основательно изучить *карусельную систему*. Этому и отводятся все остальные параграфы данной главы.

Чтобы облегчить изложение, мы будем в дальнейшем пользоваться искусственным приемом: текст мы будем делить на два параллельных столбца. В левом столбце мы будем кратко излагать процесс, пользуясь, как и раньше, неподвижной системой отсчета (Земля или пол аудитории). В правом столбце изложение будет вестись с точки зрения наблюдателя, обладающего ускорением. *Оба наблюдателя используют основное уравнение $b = R/t$ и рассматривают силы как причины наблюдаемых ускорений.*

§ 60. Система отсчета с чисто тангенциальным ускорением. Приведем ряд примеров.

1. Наблюдатель сидит неподвижно на тележке и перед ним на идеально гладкой поверхности стола лежит шар (рис. 158). Крышка стола устраняет действие веса шара. Стол и стул привинчены к тележке. Она получает ускорение влево по направлению ее длины (толчок ногой!). При этом шар и человек на тележке приближаются друг к другу. Теперь перед нами два возможных способа изложения.

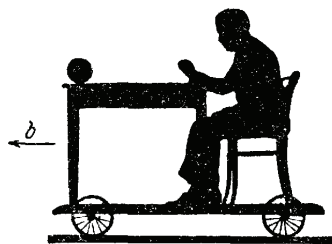


Рис. 158.

Неподвижный наблюдатель

Шар остается в покое. На шар, не обладающий трением, никакая сила не действует. Только тележка и сидящий на ней наблюдатель получают ускорение влево. Человек приближается к шару.

Наблюдатель с ускорением

Шар движется ускоренно вправо. Следовательно, на него действует сила, направленная вправо же, $R = -mb$. Она получает название «сила инерции».

При выборе этого названия предполагается, что наблюдатель знает о своем ускорении. Более бесцветное название или специально образованное слово, наподобие слова «вес», было бы, пожалуй, целесообразнее.

2. Наблюдатель на тележке удерживает шар на месте при помощи силомера (рис. 159). Тележка опять получает извне ускорение влево. Во время ускоренного движения наблюдатель на тележке испытывает в мускулах руки ощущение «силы». Силомер показывает отклонение R .

Неподвижный наблюдатель

Шар ускоряется влево. На него действует сила \mathfrak{K} , давящая влево. Ускорение равно $b = \mathfrak{K}/m$.

Наблюдатель с ускорением

Шар остается в покое. Он не имеет ускорения. Следовательно, сумма обеих приложенных к нему сил равна нулю. Сила инерции, которая тянет вправо, $\mathfrak{K} = -mb$, и сила мускулов, которая давит влево, равны и противоположны. Их величину мы отсчитываем по силомеру.

3. Тележка получает ускорение влево. Стоящий на тележке наблюдатель должен во время ее разгона принять изображенное на рис. 160

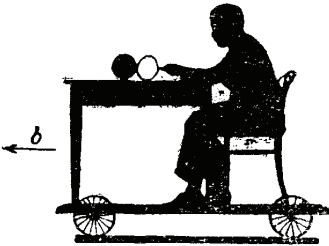


Рис. 159.

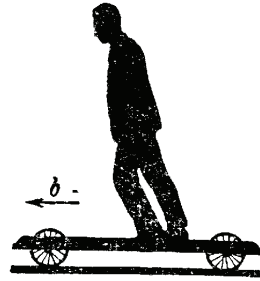


Рис. 160.

наклонное положение. Иначе он упадет назад. Далее следуют описания обоих наблюдателей.

Центр тяжести человека должен получить ускорение такой же величины и такого же направления, как и ускорение самой тележки. Нужную для этого направленную влево силу \mathfrak{K} человек создает при помощи своего веса \mathfrak{K}_2 и упругой деформации тележки (сила \mathfrak{K}_3). Для этого он наклоняется вперед.

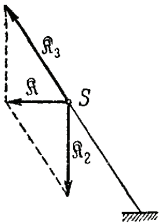


Рис. 161.

Центр тяжести S человека остается в покое. Сумма действующих на него сил (рис. 162) равна нулю. Книзу тянет вес \mathfrak{K}_2 , вправо — сила инерции $\mathfrak{K} = -mb$. Обе силы складываются в одну равнодействующую \mathfrak{K}_3 . Она деформирует тележку под ногами человека и вызывает появление силы \mathfrak{K}_1 , равной и противоположной \mathfrak{K}_3 .

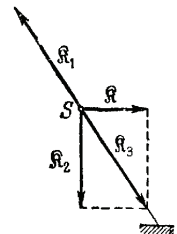


Рис. 162.

4. Наблюдатель находится в лифте. Переч ним стоят на столе пружинные весы с положенной на них массой m . Отклонение весов

дает равную и противоположную весу тела \mathfrak{R}_2 силу \mathfrak{R}_0 . Лифт начинает ускоренно двигаться *вниз*. Весы показывают меньшее отклонение \mathfrak{R}_1 .

Неподвижный наблюдатель

Наблюдатель с ускорением

Тело получает ускорение вниз. На него действуют две силы, не равные по величине и противоположно направленные. Вес \mathfrak{R}_2 тянет тело вниз, меньшая по величине сила пружины \mathfrak{R}_1 давит на него вверх. Действующей силой остается равнодействующая с величиной $|\mathfrak{R}_2| - |\mathfrak{R}_1|$. Она сообщает телу направленное вниз ускорение $|b| = (|\mathfrak{R}_2| - |\mathfrak{R}_1|)/m$.

Тело неподвижно, сумма приложенных к нему сил равна нулю. Направленная вверх сила пружины \mathfrak{R}_1 весов меньше, чем вес тела \mathfrak{R}_2 . Следовательно, налицо еще вторая сила, направленная вверх, а именно, сила инерции

$$|\mathfrak{R}_2| - |\mathfrak{R}_1| = m |b|.$$



Рис. 163.

5. Наблюдатель прыгает с пружинными весами в руке с высокого стола на землю. Сверху на весах находится тело (гиря). Сразу же после того, как он спрыгнул, весы уменьшают свое показание до нуля (рис. 163).

Тело и человек падают одинаково быстро с ускорением $g = \mathfrak{R}_2/m$ к земле. Единственной силой, приложенной к телу, остается тянущий вниз вес \mathfrak{R}_2 . Мускульная сила больше не давит вверх.

Тело не движется. Сумма приложенных к нему сил — нуль. Тянущий вниз вес \mathfrak{R}_2 и тянущая вверх сила инерции равны и противоположны. Абсолютная величина обеих сил равна mg .

Этими примерами достаточно разъясняется смысл выражения «сила инерции». *Сила инерции существует только для наблюдателя, движущегося ускоренно.* Наблюдатель должен — по крайней мере мысленно! — участвовать в ускоренном движении своей системы отсчета. Рука, ускоряющая кегельный шар, есть система отсчета с ускорением, и поэтому она чувствует силу инерции.



Рис. 164.

§ 61. Система отсчета с чисто радиальным ускорением. Центробежная сила и сила Кориолиса.

1. Наблюдатель сидит на вращающемся стуле с вертикальной осью и большим моментом инерции (рис. 164, см. также рис. 175). Спереди к стулу приделан горизонтальный гладкий столик. Сидящий на стуле наблюдатель кладет на него шар (рис. 164). Шар слетает со столика и падает.

Неподвижный наблюдатель

Шар не ускоряется. На него не действует никакая сила. Следовательно, он не может участвовать в круговом движении. Он слетает по касательной с постоянной скоростью $u = \omega r$ (ω — угловая скорость вращения стула, r — расстояние шара от оси вращения) в тот момент, когда его кладут.

2. Наблюдатель на стуле помещает между шаром и своей рукой силомер. Горизонтальная ось этого силомера направлена к оси вращающегося стула. Во время вращения стула силомер показывает силу $\mathfrak{K} = m\omega^2 r$.

Шар движется по окружности радиуса r , он *ускоряется*. Для этого требуется направленная радиально к оси, приложенная к шару сила

$$\mathfrak{K} = -m\omega^2 r$$

(«радиальная сила»). Уравнение 26, стр. 51.

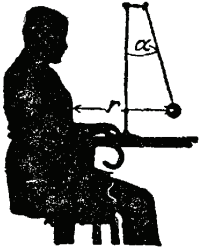


Рис. 165.

Наблюдатель с ускорением

Положенный шар удаляется из своего положения покоя с ускорением. При этом он удаляется от центра вращения стула. Следовательно, на *спокойно* лежащий шар действует сила инерции. Она получает особое название *центробежной силы*. Ее величина $\mathfrak{K} = m\omega^2 r$.

Шар остается в покое. Он не имеет ускорения. Следовательно, сумма обеих приложенных к нему сил — нуль. Направленная по радиусу наружу центробежная сила и по радиусу тянущая внутрь сила мускулов равны и противоположны. Абсолютная величина обеих сил равна $m\omega^2 r$.

3. Наблюдатель на вращающемся стуле подвешивает перед собой над столом маятник, например шарик на нитке. Этот маятник не устанавливается вертикально (рис. 165). Он отклоняется на угол α в сторону от вертикали в плоскости, проходящей через радиус и ось вращения. Угол α растет с увеличением частоты вращения стула.

Неподвижный наблюдатель

Шар маятника движется ускоренно по круговому пути радиуса r . Для этого необходима сила, направленная горизонтально по радиусу к оси вращения, $\mathfrak{K} = -m\omega^2 r$. Она со-
здается весом \mathfrak{K}_2 и уп-

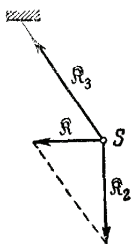


Рис. 166.

Наблюдатель с ускорением

Шар маятника находится в покое; сумма сил, действующих на его центр тяжести S (рис. 167) равна нулю. Вниз тянет вес \mathfrak{K}_2 , направо направо — центробежная сила $\mathfrak{K} = m\omega^2 r$.

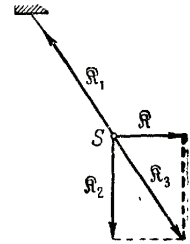


Рис. 167.

ругой силой натянутой нити (сила R_3) (рис. 166).

Обе силы складываются в равнодействующую R_3 . Эта последняя натягивает нить и вызывает силу R_1 , равную и противоположно направленную силе R_3 .

4. В предыдущих опытах наблюдалось тело, находившееся в покое относительно вращающегося стула. Речь шла лишь о том, выбрасывается ли тело из этого положения равновесия или нет. Теперь предметом нашего наблюдения будет тело, движущееся относительно стула. При этом мы ограничимся предельным случаем большой скорости тела, а именно снаряда. Тогда мы можем пренебречь центробежной силой, как незначительной.

При малых скоростях мы должны исключить центробежную силу при помощи искусственного приема. Нам придется придать поверхности карусели вогнутую параболическую форму.

Мы прикрепляем к столику вращающегося стула маленькую горизонтально направленную пушку. Направление ее ствола может составлять с линией, соединяющей ее с осью вращения, любой угол α . Пушка направлена на мишень (диск), находящуюся на расстоянии A от ее дула, и нацелена в точку a . Мишень связана стержнями с вращающимся стулом и участвует в его движении (рис. 168). Сначала выстрел производится при неподвижном стуле и определяется цель, т. е. место удара снаряда a . Затем стул приводится во вращение с угловой скоростью ω . Глядя сверху мы всегда должны видеть стул вращающимся против стрелки часов. Теперь производится второй выстрел. Его место удара b сдвинуто от цели на расстояние s вправо.

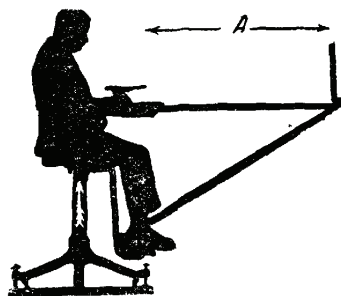


Рис. 168.

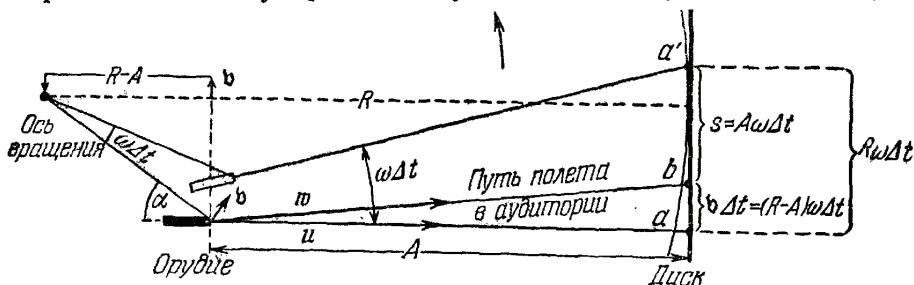


Рис. 169. b' — параллельная диску составляющая скорости снаряда w . Скорость дула орудия v . Ради отчетливости угол $\omega\Delta t$ изображен слишком большим. Вследствие этого рисунок вышел недостаточно красивым. Линия прицела не кажется более перпендикулярной к диску в точке a' .

Числовой пример. Один оборот в 2 сек. Скорость снаряда $u = 60$ м/сек (воздушный пистолет). Расстояние до диска $A = 1,2$ м. Уклонение вправо $s = 7,5$ см = 0,075 м (ср. рис. 169).

Неподвижный наблюдатель

При неподвижном стуле снаряд попадает в намеченную цель a . При остановке вращающегося стула сразу же после выстрела место удара b лежит слева от цели. В этом случае скорость дула v складывается со скоростью снаряда u . Поэтому снаряд летит через аудиторию со скоростью w .

В действительном опыте стул вращается и после выстрела. Снаряд летит после выхода из дула без действия сил по прямой в направлении w через аудиторию. Следовательно, линия прицела вращается относительно линии полета. В конце времени полета Δt намеченная цель лежит в a' . Итак, место удара в мишень b теперь сдвинуто относительно цели на отрезок s вправо. Из рис. 169 мы получаем соотношение

$$s = A\omega \Delta t.$$

Для обоих путей (в направлении u и w) время полета снаряда до мишени одно и то же, именно $\Delta t = A/u$. Следовательно,

$$s = u\omega (\Delta t)^2.$$

Уравнение $s = A\omega \Delta t = A^2\omega/u$, признаваемое правильным обоими наблюдателями, дает очень простой способ для измерения скорости снаряда u ,

5. Предыдущий пример показал нам отклонение вбок тела, движущегося в имеющей ускорение системе отсчета лишь для одного-единственного начального направления его пути. Величина этого отклонения не должна зависеть от выбранного нами начального

Наблюдатель с ускорением

Во время полета снаряд получает ускорение, перпендикулярное к его пути. Его траектория изгибается вправо. За время полета Δt снаряд уклоняется вправо на отрезок

$$s = \frac{1}{2} b (\Delta t)^2.$$

По данным неподвижного наблюдателя $s = u\omega (\Delta t)^2$. Следовательно, наблюдаемое ускорение $b = 2 [u \times \omega]$. Оно называется по имени ученого, открывшего его, *ускорением Кориолиса*. Но ведь нет ускорения b без силы $\mathfrak{K} = mb$. Следовательно, на движущийся снаряд действует перпендикулярно к его пути сила Кориолиса

$$\mathfrak{K} = 2m [u \times \omega]. \quad (111)$$

Вообще, пусть система отсчета вращается с угловой скоростью ω . В этой системе движется тело с перпендикулярной к оси вращения линейной скоростью u . Тогда на движущееся тело действует сила Кориолиса, перпендикулярная к его пути, $\mathfrak{K} = 2m [u \times \omega]$. Сила Кориолиса есть, следовательно, сила инерции, действующая на движущееся тело. Она направлена перпендикулярно к стрелкам угловой скорости и линейной скорости.

направления (направление ствола пушки). Однако это намеренно не было показано, так как это можно сделать с небольшим изменением в расположении опыта гораздо скорее и проще: надо лишь заменить пушку простым маятником. Маятник подвешивается над столиком вращающегося стула привычным нам способом. Для облегчения наблюдений пусть маятник сам записывает свой путь. Для этой цели в тело маятника вделана маленькая чернильница. В дне ее сделано тонкое отверстие с насадкой для истечения. На столике вращающегося стула натянут кружок белой пропускной бумаги. Наблюдатель на вращающемся стуле сначала держит маятник неподвижно и отверстие закрытым (рис. 170). При этом нить маятника отклонена из положения покоя в произвольной вертикальной плоскости. Будучи опущен, маятник качается с медленно убывающей амплитудой около

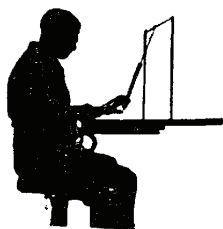


Рис. 170.

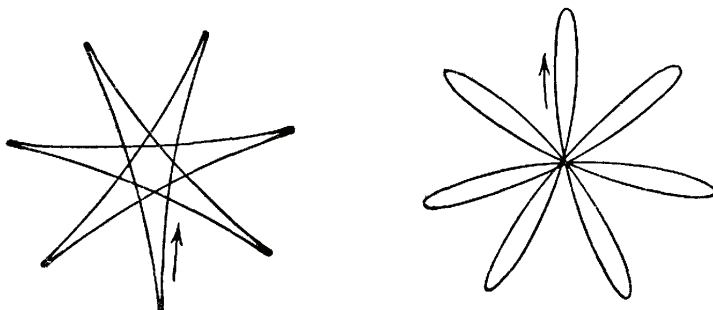


Рис. 171 и 172. Розетки, описываемые маятником на карусели. На рис. 171 маятник был опущен над чернильной кляксой в положении наибольшего отклонения и пошел вправо. Конечный пункт розетки случайно совпадает с ее началом. На рис. 172 маятник получил толчок, находясь в положении покоя.

своего, теперь не отвесного положения покоя (рис. 165). При этом он вычерчивает в виде непрерывного ряда кривых свой путь — розетку, воспроизведенную на рис. 171.

Теперь слово за обоими наблюдателями.

Неподвижный наблюдатель

Маятник качается около своего положения покоя, оставаясь всегда параллельным неподвижной в пространстве вертикальной плоскости. Его колебания «линейно поляризованы». Нет никаких сил, которые могли бы отклонить тело маятника вбок от его пути. Пло-

Наблюдатель с ускорением

Во время движения тело маятника в каждой точке своего пути отклоняется вправо перпендикулярно к направлению его скорости силой Кориолиса. Все отдельные дуги розетки, несмотря на различную ориентацию относительно стула, имеют один и

скость бумаги вращается под качающимся маятником.

Отклонение положения покоя маятника от вертикали объяснено уже в п. 3.

[В этом опыте вращающемуся стулу можно сообщать лишь малую угловую скорость ω . В противном случае глаз не сможет заметить положения плоскости колебаний маятника.]

тот же вид. Следовательно, *направление пути в системе, обладающей ускорением, не влияет на величину силы Кориолиса.*

Отклонение положения неподвижного маятника от вертикали — следствие центробежной силы (см. выше, п. 3). На тело, движущееся в системе отсчета с ускорением, действуют, следовательно, как сила Кориолиса, так и центробежная сила¹⁾.

6. Волчок в системе с ускорением (модель гироскопического компаса на глобусе). Рис. 173 показывает нам на вращающемся стуле волчок в раме. Для краткости мы стул будем называть «глобусом». При взгляде сверху он должен вращаться против часовой стрелки.

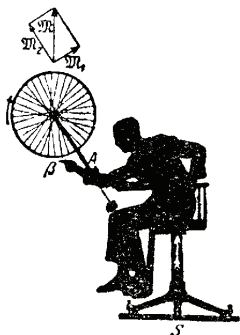


Рис. 173.

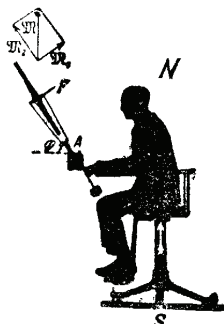


Рис. 174.

В свою очередь рама может сама вращаться около оси A , перпендикулярной к оси F фигуры волчка. Ось A лежит в меридианной плоскости вращающегося стула, или глобуса. Кроме того, можно устанавливать ось A в различных широтах. Она, следовательно, может составлять с горизонтальной плоскостью вращающегося стула любой угол φ между 0° (экватор) и 90° (по-

люс). Горизонт для местоположения волчка надо представлять себе перпендикулярным к оси A . Наблюдатель на вращающемся стуле несколькими толчками пальцев о спицы приводит волчок во вращение. Затем он предоставляет волчок самому себе: ось фигуры волчка после нескольких вращательных колебаний около оси A устанавливается в плоскости меридиана (рис. 174). При этом расположении опыта волчок и стул вращаются в одном направлении. (Можно, однако, иначе располагая волчок, получить и противоположное вращение обеих осей.)

¹⁾ Повторяем: мы использовали для вывода силы Кориолиса движущееся с большой скоростью тело — снаряд. Вследствие этого мы получили упрощенный предельный случай: возможность пренебречь изменениями скорости снаряда, зависящими от центробежной силы. При малых начальных скоростях человек на вращающемся стуле наблюдал бы вместо ничтожного отклонения вправо постепенно расширяющуюся спиральную траекторию, происходящую от совместного действия сил центробежной и Кориолиса.

Для простоты оба наблюдателя принимают одинаковое исходное положение оси фигуры волчка: она лежит параллельно «*кругу широты*».

Неподвижный наблюдатель

Вращение около оси стула или глобуса NS вызывает вращательный момент \mathcal{M} , действующий на ось фигуры волчка. Он имеет перпендикулярную к оси A составляющую \mathcal{M}_1 .

Этот вращательный момент \mathcal{M} вызывает прецессионное движение оси F фигуры волчка вокруг оси A рамы. При этом ось фигуры F сначала при качании выходит за меридиан. Однако трение в опорах оси A заставляет быстро затухать эти колебания. Ось волчка остается в меридиане. Ведь только в этом положении составляющая момента \mathcal{M}_1 направлена вдоль оси фигуры волчка F . Только при таком направлении она не может дальше вызывать прецессии. Ось фигуры волчка, как стрелка компаса, лежит в плоскости меридиана глобуса.

Наблюдатель с ускорением

Силы Кориолиса отклоняют части обода, находящиеся около \mathcal{Z} , вправо от их пути. Находящаяся справа (для читателя) половина волчка выходит из плоскости бумаги на читателя. Это приводит ось волчка в меридианную плоскость. Силы Кориолиса продолжают и дальше действовать на движущийся обод колеса. Но они уже не дают вращательного момента, действующего на ось A .

Таковы опыты, дающие определение понятий *центробежной силы* и *силы Кориолиса*. Обе силы существуют только для наблюдателя, обладающего радиальным ускорением. Он должен, хотя бы мысленно, участвовать в движении своей системы отсчета. С этими новыми силами он может и в системе отсчета, обладающей радиальным ускорением, подчиняться уравнению $b = \mathcal{R}/m$.

Итак, появление или исчезновение сил определяется соответствующим выбором системы отсчета. «Реальность» сил и различие между «действительными» и «кажущимися» силами не могут быть предметом физической постановки вопроса¹⁾.

¹⁾ Правильная физическая постановка вопроса относится к свойствам исследуемой системы, которая и представляет собой изучаемую объективную реальность: система, принимавшаяся за неподвижную, или система с постоянной скоростью, система, обладающая тем или иным ускорением. Результаты исследования для наблюдателя, не принадлежащего к системе, и для наблюдателя, движущегося вместе с системой, выражаются по-разному, хотя и относятся к одним и тем же процессам, происходящим в системе, так как сами наблюдатели в том и другом случае также рассматриваются как объективные реальности, обладающие разными свойствами по отношению к системе. (Прим. ред.)

Как обстоит дело для наблюдателя, обладающего ускорением, по отношению к закону «действие равно противодействию»? Ответ: с ним происходит то же самое, что и с наблюдателем на Земле по отношению к силе противодействия весу. В продолжение свободного движения тел в системе отсчета с ускорением наблюдатель может доказывать, что силам инерции нет соответствующих сил противодействия. Или, иными словами: для силы, называемой весом, Земля не является «инерциальной системой», в которой должны выполняться и основное уравнение, и равенство действия и противодействия.

§ 62. Наши средства передвижения как системы отсчета с ускорением. Выбор между обладающей ускорением и не обладающей ускорением системой отсчета во многих случаях является только делом вкуса, например, при круговых движениях тела около неподвижных осей. Существенно лишь ясное указание употребляемой системы отсчета (см. начало § 23). Однако в других случаях, без сомнения, нужно отдать предпочтение системе с ускорением. Сюда относится, прежде всего, физика наших технических средств передвижения. Ускорение этих систем отсчета часто бывает очень сложным. По большей части здесь налагаются тангенциальное (разгон и торможение) и радиальное (езда по кривой) ускорения.

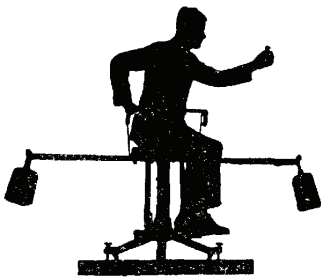


Рис. 175. Вращающийся стул с большим моментом инерции для демонстрации сил Кориолиса. Подвешенные по сторонам гири большой массы целесообразно употреблять и при опытах, изображенных на рис. 164, 168, 170, 173, 174.

Наши ежедневные опыты, касающиеся сил инерции в экипажах, уже изложены целиком в примерах к §§ 60 и 61. Например:

а) Необходимость наклоняться в поезде при разгоне и торможении, а также и на всякой кривой. Иначе можно упасть.

б) Наклон велосипеда и ездока, всадника и лошади, самолета и летчика на каждой кривой.

в) Боковое отклонение, вызванное силами Кориолиса на палубе меняющего курс парохода. Достичь цели, идя по прямой, можно, лишь «переплетая» ноги.

г) Особенно резко «чувствуется» сила Кориолиса на вращающемся стуле с большим моментом инерции и, следовательно, с устойчивой угловой скоростью. Пробуют перемещать гирю (около 2 кг) возможно

быстрее по любому прямому пути (рис. 175). Результат бывает поразительный. Можно подумать, что рука погружена в поток вязкой жидкости. Этот опыт особенно важен.

Числовой пример. Один оборот в 2 сек., следовательно $\omega = 0,5 \text{ сек}^{-1}$
 $\omega = 2\pi\nu = 3,14 \text{ сек}^{-1}$, гиря массой $m = 2 \text{ кг}$; $u = 2 \text{ м/сек}$; сила Кориолиса равна $2m [u \times \omega] = 2 \cdot 2 \text{ кг} \cdot 2 \text{ м/сек} \cdot 3,14 \text{ сек}^{-1} = 25 \text{ кг/м/сек}^2 = 25 \text{ ньютон} = 2,5 \text{ килопонд}$, т. е. больше веса движущейся металлической гири.

Теперь становится, наконец, понятной игра сил в опыте, изображенном на рис. 15. Сила мускулов должна была передвигать гири навстречу силам инерции. Тогда вращающийся стул имел *небольшой* момент инерции. Поэтому он и реагировал на силу противодействия силе мускулов большими изменениями своей угловой скорости.

Число таких качественных опытов можно значительно увеличить. Поучительнее, однако, количественное исследование одного частного случая, производящего сначала странное впечатление. Он касается *горизонтального вращательного маятника на карусели*. Рис. 176 дает боковой вид карусели. На ней стоит вращательный маятник с телом в виде стержня на произвольном расстоянии от оси карусели. *Независимо от любых ускорений* карусели, стержень маятника всегда направлен к оси вращения карусели.

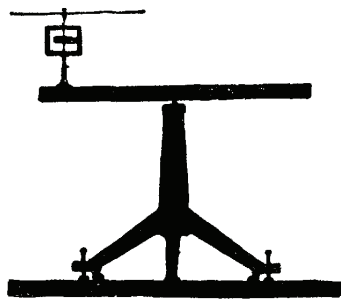


Рис. 176. Вращательный маятник на карусели. Он состоит из деревянного стержня на малом крутильном приборе, известном по рис. 115.

При постоянной угловой скорости карусели ω маятник остается в положении покоя. Чисто *радиальное* ускорение этого кругового движения направлено всегда точно по *длине* маятника. Такие ускорения никогда не могут дать вращательного момента.

Для контроля можно сделать ось маятника подвижной вдоль линейки и поставить его продольное направление параллельно линейке. Тогда маятник не реагирует ни на какие ускорения в направлении линейки.

Напротив, всякое изменение угловой скорости ω_1 , следовательно всякое угловое ускорение ω_1 карусели, отбрасывает маятник из его положения равновесия. Отбросы сейчас же достигают значительной величины, так как теперь ускорения b лежат *поперек* направления длины маятника. Поставленная выше задача кажется безнадежной. И все-таки она решается совсем просто. *Соответственным подбором величины момента инерции маятника Θ_0 можно сделать его совершенно нечувствительным ко всякому угловому ускорению ω .* Должно быть (вывод следует дальше)

$$\Theta_0 = msR \tag{112}$$

или по теореме Штейнера (уравнение (103) на стр. 102, что удобнее для вычисления)

$$\Theta_s = m(sR - s^2), \tag{113}$$

Θ_0 — момент инерции маятника, отнесенный к его оси вращения, Θ_s — то же относительно его центра тяжести, m — масса маятника, s — расстояние между центром тяжести и осью вращения, R — расстояние по радиусу от оси маятника до оси карусели.

Направляющий момент пружины D^* этого маятника совершенно безразличен. Он вообще не входит в вычисление. Теневая проекция показывает вычисленный таким образом маятник в форме стержня (размеры см. ниже). Этот маятник действительно остается в покое при всяком сколь угодно сильном угловом ускорении карусели. Опыт производит ошеломляющее впечатление. Небольшие изменения R или s восстанавливают первоначальную чувствительность его к угловым ускорениям.

Для вывода уравнения (112) рассмотрим этот процесс в неподвижной системе отсчета (рис. 177). При ускорении карусели к точке подвеса маятника O приложена сила \mathfrak{R} (стрелка 1). Дополнительно представим себе, что в центре тяжести S приложены две такие же по величине и противоположно направленные силы (стрелки 2 и 3). Сила в направлении 3 ускоряет центр тяжести S . Следовательно,

$$\mathfrak{R} = mb = m(R - s)\dot{\omega}_1 \quad (\alpha)$$

($\dot{\omega}_1$ — угловое ускорение карусели).

В то же время равные и противоположные силы в направлениях 1 и 2 создают вращательный момент $\mathfrak{R} \cdot s$. Он вызывает вращение вокруг центра тяжести S . Это делает всякий вращательный момент, действующий на свободное тело. Количественно

$$\mathfrak{R} \cdot s = \Theta_s \dot{\omega}_2 \quad (\beta)$$

($\dot{\omega}_2$ — угловое ускорение тела).

Сделаем теперь $\dot{\omega}_1 = \dot{\omega}_2$. Этого можно добиться подбором подходящего расстояния s между центром тяжести маятника и осью вращения. Объединяем уравнения (α) и (β) и получаем для s соотношение

$$\frac{\mathfrak{R}}{m(R-s)} = \frac{\mathfrak{R} \cdot s}{\Theta_s} \quad \text{или} \quad \Theta_s = ms(R-s). \quad (113)$$

Для стержневого маятника, выбранного для демонстрации, массой m и длиной l имеем:

$$\Theta_s = \frac{1}{12} ml^2. \quad (102)$$

Подставляя эту величину в уравнение (113), получим $l^2 = 12s(R-s)$. Числовой пример к рис. 177: $R = 50$ см, $s = 5$ см, $l = 52$ см. Этот удивительный опыт играет роль в средствах сообщения (§ 63).

§ 63. Маятник в качестве отвеса в ускоренно движущемся самолете. Управление воздушным кораблем при скрытой Земле (облака, туман) требует при больших расстояниях (трансатлантические полеты) в любой момент точного знания направления вертикали. Без этого

летчик, не видящий Земли, никогда не сможет отличить прямого пути полета от кривого. Мускульное чувство и положение тела совершенно ничего ему не дают. Они указывают ему лишь равнодействующую веса и центробежной силы, но никогда не дают истинной, совпадающей с некоторым радиусом земного шара, вертикали.

На неподвижной Земле направление вертикали определяют, пользуясь маятником как отвесом. В движущемся с ускорением экипаже такое применение маятника кажется на первый взгляд бессмысленным. Ведь каждый наблюдал маятник в экипажах. Достаточно вспомнить, например, о ремне, свешивающемся из сетки для багажа в железнодорожном вагоне. Он без всякого сопротивления качается во все стороны под действием сил инерции. И все-таки принципиально маятник можно употреблять в качестве отвеса в экипаже, движущемся с какими угодно ускорениями! Это основано вот на чем: всякое ускорение экипажа можно разложить на вертикальную и горизонтальную составляющие. Вертикальные составляющие сообщают ускорение только точке подвеса маятника в направлении его длины. Для маятника в положении покоя они никакого значения не имеют. Остается только горизонтальная составляющая ускорения.

Теперь выступает на сцену решающее обстоятельство: *всякое так называемое «прямолинейное» движение параллельно поверхности Земли происходит в действительности не по прямому пути, а по окружности с центром в центре Земли!* Это положение совершенно не зависит от вращения Земли, оно было бы справедливо и для Земли неподвижной. Ведь всякое горизонтальное движение происходит параллельно большому кругу земного шара и даже на неподвижной Земле оно является в конце концов движением на карусели! Поэтому мы можем без всяких рассуждений применить к нему результаты удивительного опыта, описанного в предыдущем параграфе. Нужно только дать маятнику *момент инерции*, требуемый уравнением (112). При этом R надо взять равным радиусу Земли: $6400 \text{ км} = 6,4 \cdot 10^6 \text{ м}$.

У простого тяжелого маятника в противоположность пружинному маятнику момент инерции Θ_0 тесно связан с направляющим моментом D^* . Мы более не свободны в выборе направляющего момента. Направляющий момент D^* тяжелого маятника определяется приложенной к нему силой, называемой весом mg по уравнению (95), стр. 98,

$$D^* = mgs \quad (g = 9,81 \text{ м/сек}^2). \quad (95)$$

Следовательно, по уравнению (104) период колебания маятника равен

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\Theta_0}{D^*}} = 2\pi \sqrt{\frac{msR}{mgs}} = 2\pi \sqrt{\frac{R}{g}}, \quad (114)$$

т. е. T равен 84 мин., что соответствует математическому маятнику с длиной, равной радиусу Земли R !

К сожалению, техника еще не смогла осуществить маятник с таким периодом колебаний. Даже подвешенные как маятник волчки (гироскопические маятники) еще не позволили достичь периода колебаний (периода прецессии) больше 15 мин. Такие маятники дают уже значительное приближение к теоретическому идеалу, но все же только приближение.

С помощью некоторых искусственных приемов можно улучшить это приближение. Уже сегодня можно установить на самолетах вполне пригодные искусственные горизонты.

§ 64. Земля как система отсчета с ускорением. Центробежное ускорение неподвижных тел. В качестве последней системы отсчета, обладающей ускорением, мы рассмотрим нашу земную карусель. Мы будем принимать в расчет суточное вращение Земли относительно системы неподвижных звезд. Полный оборот на 360° происходит за 86 164 сек. Следовательно, угловая скорость вращения Земли очень мала; она равна

$$\omega = \frac{360 \cdot 0,0175}{86\,164 \text{ сек.}} = 7,3 \cdot 10^{-5} / \text{сек.}$$

Эта угловая скорость ω создает для всякого покоящегося на поверхности Земли тела центробежную силу $\mathfrak{R} = m b_z$ или центробежное ускорение b_z , направленное от оси Земли NS . Пусть тело находится под географической широтой φ (рис. 178). Пусть $r = R \cos \varphi$ — радиус соответственного круга широты. Тогда центробежное ускорение равно

$$b_z = \omega^2 r = \omega^2 R \cos \varphi = 0,03 \cos \varphi \text{ м/сек}^2. \quad (115)$$

(приблизительно!)

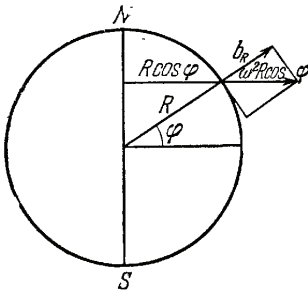


Рис. 178. Тяготение и центробежная сила на поверхности Земли в точке с географической широтой φ .

Это центробежное ускорение направлено наружу по радиусу r круга широты. По вертикали, т. е. по радиусу земного шара R , действует лишь составляющая этого центрального ускорения, а именно:

$$b_R = b_z \cos \varphi = 0,03 \cos^2 \varphi \text{ м/сек}^2. \quad (116)$$

Она направлена от центра Земли наружу и противоположна всецело зависящему от тяготения «ускорению свободного падения g_φ ». На вращающейся Земле ускорение на широте φ несколько меньше, чем было бы на неподвижной Земле. Мы получаем:

$$g_\varphi = g_0 - 0,03 \cos^2 \varphi \text{ м/сек}^2. \quad (117)$$

При этом g_0 есть величина ускорения падения на неподвижной Земле. Теперь наступает осложнение. Центробежная сила действует

не только на тела, лежащие *на* поверхности Земли. На самом деле, каждая частица Земли испытывает центробежную силу, направленную наружу по радиусу круга широты. Совокупность всех этих сил создает упругую деформацию тела Земли. Земля слегка сплюснута; ее полярная ось NS приблизительно на $1/300$ короче диаметра экватора. Вследствие этой сплюснутости Земли зависимость ускорения падения g_0 от географической широты φ еще больше, чем вычисленная по уравнению (117). Наблюдения привели к уравнению

$$g_\varphi = (9,832 - 0,052 \cos^2 \varphi) \text{ м/сек}^2. \quad (118)$$

Для уровня моря и 45° географической широты найдено $g = 9,806 \text{ м/сек}^2$. Поправочный член достигает при $\varphi = 0^\circ$, т. е. на экваторе, наибольшего значения. Поправка равна всего 5 промиллям, и поэтому при многих измерениях может быть без всякого вреда отброшена. Однако часы с маятником на экваторе все же отстают от точно таких же часов на полюсе приблизительно на 3,5 мин. за сутки.

Вышеупомянутое сплющивание округленно на $1/300$ имеет место для твердого тела Земли. Гораздо сильнее деформация ее жидкой оболочки, океана, под действием центробежной силы. Но эта деформация никогда не наблюдается сама по себе. На нее налагается периодически изменяющееся в течение суток притяжение воды Солнцем и Луной. Эти силы тяготения (ср. стр. 68) деформируют водную оболочку гораздо сильнее, чем твердое тело Земли. Наложение центробежных сил и сил тяготения дает сложное явление *прилива и отлива*. Речь идет о проблеме «вынужденных колебаний» (§ 108). Здесь мы можем только указать на это.

То же самое относится и к нашей атмосфере, воздушному океану. Приливы и отливы воздушного океана вызывают на его дне, т. е. на земной поверхности лишь малые изменения *давления*, аналогично действию приливов и отливов водяного океана на морское дно. Но на высоте 100 км над поверхностью Земли приливы и отливы вызывают вертикальное движение воздуха порядка нескольких километров! Поэтому на высоте воздушные волны много выше, чем водяные волны на поверхности моря.

§ 65. Земля как система отсчета с ускорением. Кориолисово ускорение движущихся тел. Для наблюдателя, смотрящего на северный полюс, Земля вращается против часовой стрелки. Мы имеем, следовательно, такое же направление вращения, как и у оси нашего вращающегося стула в § 61. Угловая скорость ω_0 Земли известна из § 64. Она равна $\omega_0 = 7,3 \cdot 10^{-5} / \text{сек}$.

На рис. 179 наблюдатель находится в пункте с географической широтой φ . NN обозначает его плоскость горизонта. В этом пункте угловая скорость Земли раскладывается на две составляющие. Одна из них, параллельная радиусу Земли или отвесу R , — вертикальная

составляющая

$$\omega_v = \omega_0 \sin \varphi. \quad (119)$$

Другая, параллельная горизонтальной плоскости, — *горизонтальная составляющая*

$$\omega_h = \omega_0 \cos \varphi. \quad (120)$$

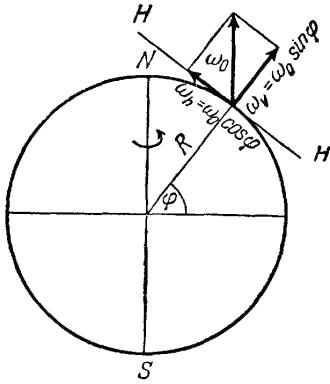


Рис. 179. Обе составляющие силы Кориолиса на поверхности Земли.

Обе составляющие угловой скорости сообщают *движущимся* телам кориолисовы ускорения. Мы начнем с влияния вертикальной составляющей ω_v . В северном полушарии она постоянно приводит к отклонению движущихся тел *вправо*. Наиболее известным примером является *маятник Фуко*. Его принцип уже объяснен на стр. 133 при помощи карусели (вращающийся стул): маятник пробегает постоянно искривляющуюся *вправо* розетку (рис. 171, 172).

Совершенно такую же розетку описывает на поверхности Земли всякий маятник, состоящий из нити и шара. Если

смотреть из положения равновесия маятника, то крайние точки розетки перемещаются за 1 час на угол $\alpha = \sin \varphi \frac{360^\circ}{24}$. В Геттингене ($\varphi = 51,5^\circ$) этот угол равен приблизительно 12 *градусам* за 1 час.

Экспериментальная демонстрация легко удастся в любой аудитории. Рис. 180 показывает испытанную установку. Существенной частью является хороший астрономический объектив. Он дает сильно увеличенное изображение тонкой нити маятника в точках возврата розетки. Рисунок содержит необходимые числовые указания. При выбранных расстояниях на изображении видно, как отдельные петли розетки с их точками возврата следуют одна за другой на расстоянии около 2 *см*. Таким образом, на основании единственного качания маятника туда и обратно можно доказать вращение Земли вокруг оси!

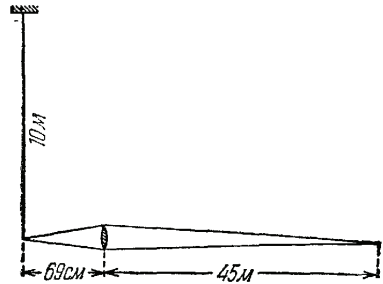


Рис. 180. Розетка, описываемая длинным маятником на поверхности Земли. Опыт Фуко.

Еще нагляднее, но, к сожалению, труднее для исполнения, данное И. Г. Хагеном экспериментальное доказательство вращения Земли. Мы поясним его с помощью нашей карусели, изображенной на рис. 181. Наклонная ось R несет на себе тело, подобное гантели, с моментом инерции Θ_1 . (Сначала спиральную пружину не принимают во внимание.) Тело находится на кару-

если в покое, имея угловую скорость $\omega_0 \sin \varphi$. После пережигания нити F две винтовые пружины S стягивают оба тела гантели вплотную к оси R и тем самым уменьшают момент инерции до величины Θ_2 . Во время движения оба тела получают кориолисово ускорение и отклоняются вправо. Поэтому гантель приходит в движение, она вращается против вращения карусели с угловой скоростью ω_2 . Величину ω_2 мы вычислим относительно аудитории, применяя закон сохранения вращательного импульса. Из него следует:

$$\Theta_1 \omega_0 \sin \varphi = \Theta_2 (\omega_0 \sin \varphi + \omega_2)$$

или

$$\omega_2 = \omega_0 \frac{\Theta_1 - \Theta_2}{\Theta_2} \sin \varphi. \quad (121)$$

ω_2 достигает наибольшего значения при $\varphi = 90^\circ$, т. е. «на полюсе».

Спиральная пружина на оси R (рис. 181) возвращает тело в положение покоя. Тогда угловая скорость ω_2 ведет лишь к одному отбросу, а не к продолжающемуся вращению. В оригинальном опыте Хагена вместо оси и спиральных пружин употреблялась особая подвеска.

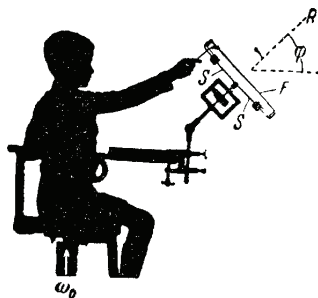


Рис. 181. Модельный опыт Хагена для доказательства вращения Земли. Крутильный прибор тот же, что и на рис. 115 и 116.

Оба приведенных опыта дают возможность сделать точные количественные выводы. Можно добавить к ним еще некоторые качественные наблюдения. Они относятся к действию *вертикальной* составляющей угловой скорости нашей Земли. Благодаря силам Кориолиса она вызывает в северном полушарии отклонение движущихся тел вправо.

а) Атмосферный воздух течет из субтропических областей высокого давления в экваториальный пояс низкого давления. Этот поток в северном полушарии направлен с северо-востока на юго-запад. Таково происхождение северо-восточного пассата, столь важного для мореплавания и авиации.

б) Снаряды всегда отклоняются вправо, независимо от приведенного на рис. 155 явления.

в) Кориолисовы силы вращения Земли не играют никакой роли в изнашивании рельсов на железных дорогах и размывании берегов рек. Эти часто приводимые прежде примеры следует опустить.

Ускорения Кориолиса под влиянием *горизонтальной* составляющей угловой скорости ω_0 нашей Земли, т. е. $\omega_n = \omega_0 \cos \varphi$, равным образом можно показать на опыте. Однако для этого нет столь простой установки, как маятник Фуко.

Из качественных примеров упомянем об отклонении падающего камня к востоку. Но этот опыт требует значительной высоты падения, лучше всего провести его в горняцкой шахте.

§ 66. Гироскопический компас на кораблях и его принципиально неизбежная погрешность. Мы заканчиваем эту главу, посвященную системам отсчета, обладающим ускорением, технически важным применением сил Кориолиса в *гироскопическом компасе*. Принцип его



Рис. 182. Девияция гироскопического компаса в движущемся судне. На площадке карусели стоит электромотор с червячной передачей Z . От нее диск G получает малую угловую скорость ω_2 . Этот диск должен изображать большой круг обозначенного пунктиром земного шара. Кольцеобразная оправа волчка (вместо вилочной на рис. 174) может вращаться вокруг оси A . Ось A лежит по радиусу большого круга G , и тем самым она перпендикулярна к «горизонту» местоположения волчка. Над S видно, как ток подводится к мотору скользящими контактами. Волчок F — тот же, что и на рис. 147.

ясен из опыта, изображенного на рис. 174. При техническом выполнении волчок подвешивают, как маятник с горизонтальной осью. Согласно своему назначению такой компас-волчок должен употребляться на *судах*. Тут-то и возникают физически интересные вопросы. Мы имеем здесь те же принципиальные затруднения, как и при применении обыкновенного маятника в качестве отвеса: все *вертикальные* ускорения судна безвредны, но всякое *горизонтальное* ускорение движения судна отбрасывает ось волчка из ее положения покоя (близкого к меридиану) благодаря развивающимся силам инерции. Однако эти возмущения, очень серьезные сами по себе, могут быть устранены тем же искусственным приемом, который позволяет применять маятник в качестве отвеса и на судах с горизонтальным ускорением. Нужно дать компасу-волчку период колебаний в 84 мин. В этом технически лишь приближенно достижимом случае он будет совершенно нечувствителен ко всяким ускорениям (разгон, торможение, искривление). Другой искусственный прием (применение одновременно трех волчков) устраняет возмущения, происходящие от качки пароходов.

Несмотря на это, даже при технически идеальной конструкции волчка остается неустранимым один *принципиальный* недостаток гироскопического компаса. *Собственная скорость* корабля обуславливает *неправильность* показаний (девиацию) компаса. Возникновение этой погрешности объяснено на рис. 182. Каждый корабль движется по большому кругу земного шара¹⁾. На рисунке земной шар обозначен пунктиром, большой круг представлен краем жестяного круга G . Движение судна по этому большому кругу является круговым движением. Его ось ZO проходит перпендикулярно к плоскости

¹⁾ Рекомендуется прочесть еще раз третий абзац § 63!

большого круга G через центр Земли O . Это круговое движение судна (с угловой скоростью ω_2) складывается с вращением Земли (с угловой скоростью ω_1) в одно результирующее вращение (рис. 182). Это результирующее вращение происходит с угловой скоростью Ω . Ось этого вращения всегда отклоняется от оси Земли — в этом и заключается решающий пункт. Исключением является только один частный случай, когда корабль движется как раз по экватору. Короче говоря, волчок находится на карусели с направлением оси вращения вдоль стрелки Ω . Вследствие этого ось фигуры волчка FF устанавливается в плоскости, проходящей через вектор Ω . На рис. 182 эта плоскость проходит, правда, через ось Земли NS , так как судно или его волчок находятся здесь как раз в самой близкой к полюсу точке большого круга. Но во всех других точках большого круга G , например на рис. 182а, это не имеет места. Компас дает значительное отклонение (девиацию) δ . Для обнаружения этой девиации «прерывают поездку», выключая электромотор ($\omega_2 = 0$). Тогда можно видеть, как ось волчка переместится в плоскости меридиана на соответствующий угол δ . В действительности находят δ равным нулю только в обоих самых близких к полюсам положениях (рис. 182 дает ближайшее к северному полюсу положение). Величина этой девиации у современных судов редко превышает 3° . При гораздо больших скоростях современных самолетов она соответственно увеличивается. Эту погрешность можно учесть только путем вычисления, для чего нужно, как и при старом магнитном компасе, иметь таблицы поправок. Они дают величину девиации в различных точках поверхности Земли для различных скоростей и курсов корабля. Несмотря на этот принципиально неустранимый недостаток, современный гироскопический компас означает чрезвычайно важный технический шаг вперед. Он совершенно свободен от всех возмущений, вызываемых соседними с ним железными частями. Кроме того, он имеет больший направляющий момент, чем магнитный. Поэтому он легко может управлять целым рядом вторичных, дочерних компасов и даже рулевой машиной парохода.

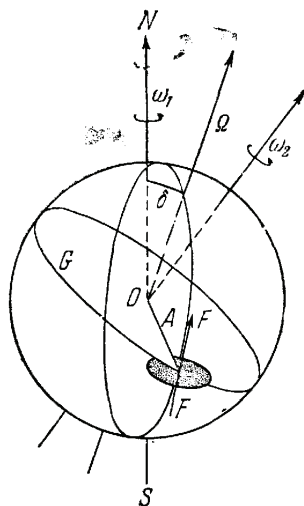


Рис. 182а. Вспомогательный чертеж к рис. 182; после поворота на 90° около оси OZ .